

DCC893 - Otimização Combinatória e Inteira

Alexandre Salles da Cunha
Departamento de Ciência da Computação, UFMG
acunha@dcc.ufmg.br

Junho 2007

1 Objetivos do curso

O curso de Otimização Combinatória e Inteira tem os seguintes objetivos:

- Apresentar alguns dos principais métodos para a solução de problemas de Otimização Combinatória e Inteira \mathcal{NP} -difíceis com garantia de otimalidade. Estes métodos são:
 - Algoritmos de Planos de Corte;
 - Relaxação Lagrangeana;
 - Decomposição de Dantzig-Wolfe;
 - Decomposição de Benders;
 - Branch-and-bound (Branch-and-cut, Branch-and-cut-and-price);
 - Programação Dinâmica;
- Introduzir as principais questões teóricas que diferenciam boas formulações / métodos de solução de outras, consideradas *fracas*.

2 Material de Referência

O livro texto básico adotado no curso é: *Integer Programming*, Laurence Wolsey [18].

3 Programa do curso

- Primeiro bloco - Introdução à Programação Inteira e Combinatória (6hs)
 - Cap. 1: Introdução - 2 hs
 - Cap. 2: Otimalidade, Relaxações e Limites - 4 hs
 - Leitura adicional recomendada:
 - * Projeções e formulações expandidas: Balas [1]
- Segundo Bloco - Problemas de Otimização Inteira bem resolvidos (14hs)

- Cap. 3: Problemas bem resolvidos (matrizes TU, min cost flow, árvores ótimas, matróides e submodularidade) - 6hs
- Cap. 4: Emparelhamento e atribuição - 4hs.
- Cap. 5: Programação Dinâmica: 4hs.
- Leitura Adicional Sugerida Parte I - Algoritmos Primais-duais:
 - * O algoritmo Primal-dual em Programação Linear, Cap. 5, Papadimitriou e Steiglitz [16].
 - * Aplicação de algoritmos primais duais para o projeto de algoritmos de aproximação para problemas NP-difíceis: Goemans e Williamson [9].
- Leitura Adicional Sugerida Parte II: Introdução à Combinatória Poliédrica
 - * Árvores geradoras: Wolsey e Magnanti [14].
 - * Árvores geradoras e matróides, Cap. 12, Papadimitriou e Steiglitz [16].
 - * Nemhauser e Wolsey [15], Cap. III.2 e III.3 pags 608–688.
 - * Emparelhamento - Gerards [8].
- Terceiro Bloco - Técnicas de Solução para Problemas de Otimização NP-difíceis. (38hs)
 - Cap. 6: Complexidade e Redução de Problemas: 2hs.
 - Cap. 7: Branch-and-bound: 2hs.
 - Cap. 8: Algoritmos de planos de corte: 6hs.
 - Cap. 9: Geração de desigualdades válidas fortes: 6hs
 - Cap. 10: Dualidade Lagrangeana: 6hs
 - Algoritmos Relax-and-Cut: [13] - 4hs
 - Cap. 11: Geração de Colunas: 6hs
 - Decomposição de Benders: 6hs.
 - Leitura adicional sugerida
 - * Reformulações de Programação Inteira em Planejamento da Produção: Pochet e Wolsey [17], Caps. 3 a 5.
 - * Relaxação Lagrangeana: Guignard [10].
 - * Planos de corte: Cap. 6, Cook et. al [5].
 - * $\{0 - \frac{1}{2}\}$ Cortes de Chvátal-Gomory: Caprara e Fischetti [2].
 - * Relaxações de Espaço de Estados: Christofides, Mingozzi e Toth [4, 3]
 - * Métodos aditivos para obtenção de limites duais: Fischetti e Toth [7]
 - * Local Branching: [11]
 - * Aspectos computacionais na implementação de algoritmos Branch-and-cut (and-cut-and-price): [6]
 - * Métodos de Decomposição: Caps. 3 a 5, 8-9 Lasdon [12].

References

- [1] BALAS, E. “Projection, Lifting and Extended Formulation in Integer and Combinatorial Optimization”. *Annals of Operations Research* 140 (2005), 125–161.
- [2] CAPRARA, A., E FISCHETTI, M. “ $\{0, \frac{1}{2}\}$ -Chvátal-Gomory cuts”. *Mathematical Programming* 74 (1996), 221–235.
- [3] CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., E TOTH, P. “Exact algorithms for the Vehicle Routing Problem, based on Spanning Tree and Shortest Path Relaxations”. *Mathematical Programming* 20 (1981), 255–282.
- [4] CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., E TOTH, P. “State-space Relaxation Procedures for the Computation of Bounds to Routing Problems”. *Networks* 11 (1981), 145–164.
- [5] COOK, W., CUNNINGHAM, W., PULLEYBLANK, W., E SCHRIJVER, A. *Combinatorial Optimization*. John Wiley and Sons, New York, 1998.
- [6] ELF, M., GUTWENGER, C., JNGER, M., E RINALDI, G. “Branch and cut algorithms for Combinatorial Optimization and their Implementation in ABACUS”. In *Computational Combinatorial Optimization*, M. Jnger e D. Naddef, Eds. Springer, Berlin, 2001, pp. 157–222.
- [7] FISCHETTI, M., E TOTH, P. “An additive bounding procedure for combinatorial optimization problems”. *Operations Research* 37 (1989), 319–328.
- [8] GERARDS, A. M. H. “Matching”. In *Handbooks in OR and MS*, O. B. et al, Ed., vol. 7. North-Holland, Amsterdam, 1995, pp. 135–224.
- [9] GOEMANS, M., E WILLIAMSON, D. “The primal dual method for approximation algorithms and its applications to network design problems”. In *Approximation algorithms for NP-hard problems*, D. S. Houchbaum, Ed. P.W.S Publishing Co., 1996, pp. 144–191.
- [10] GUIGNARD, M. “Lagrangian Relaxation”. *TOP - Sociedad de Estadística e Investigación Operativa* 11(2) (2003), 151–228.
- [11] HANSEN, P., MLADENVIĆ, N., E UROSEVIĆ, F. “Variable neighborhood search and local branching”. *Computers and Operations Research* 33 (2006), 3034–3045.
- [12] LASDON, L. *Optimization Theory for Large Systems*. Macmillan Company, New York, 1970.
- [13] LUCENA, A. “Non Delayed Relax-and-Cut Algorithms”. *Annals of Operations Research* 140 (2005), 375–410.
- [14] MAGNANTI, T., E WOLSEY, L. “Optimal Trees”. In *Handbooks in OR and MS*, O. B. et al, Ed., vol. 7. North-Holland, Amsterdam, 1995, pp. 503–615.
- [15] NEMHAUSER, G., E WOLSEY, L. *Integer and Combinatorial Optimization*. Wiley Interscience, 1988.

- [16] PAPADIMITRIOU, C., E STEIGLITZ, K. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall, New York, 1982.
- [17] POCHET, Y., E WOLSEY, L. A. *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer, New York, 2006.
- [18] WOLSEY, L. *Integer Programming*. John Wiley and Sons, 1998.